

Sven Ove Hansson

Arrows "paradox" – en dödsstöt för demokratin?

Filosofiska paradoxer brukar sällan rubba världen utanför de institutioner där de dryftas. Allra minst har de lett till politiska omvälvningar. Men på senare år har det från olika håll hävdats att Arrows teorem – allmänt men oegentligt kallat hans "paradox" – bör leda till stora förändringar i det politiska systemet.

I ett uppmärksammat avsnitt av *In Defense of Anarchism* åberopar Robert Wolff detta teorem som bekräftelse på att "majoritetsstyre ofrånkomligen faller igenom på grund av en inre inkonsistens som borde göra det omöjligt att överväga för att användas i någon som helst politisk gemenskap" (s 59 och 63). Henri Lepage redovisar en närstående uppfattning i sin skrift *I morgon kapitalism*, som ju lanserats som fickbibel av Svenska Arbetsgivareföreningen. Han använder Arrows resultat som argument för att minska statens inflytande, och förfäktar ståndpunkten att det kan finnas behov att låta en "kraftfull myndighet" ersätta majoritetsbeslut för att undvika paradoxens verkningar.

Har det nu äntligen, efter årtusendens paradoxala tankemödor, kommit fram politiskt omvälvande resultat ur dessa mödor? Eller är Wolffs och Lepages slutsatser förhastade? Låt oss börja med att se närmare på vad Arrows teorem innebär.

1. Teoremets innebörd

Som bakgrund bör nämnas den s k röstningsparadoxen (som inte heller är någon paradox i strikt mening). Den påvisades först av Condorcet (1785). Den kan enklast framställas med ett exempel: Tre personer, *A*, *B* och *C*, har bestämt sig för att företa en gemensam resa. De väljer mellan tre resmål, London, Paris och Rom. Var och en är beredd att resa till vilket som helst av dessa tre resmål hellre än att överge planen om en gemensam resa, men de har olika preferenser vad gäller valet av ort. Deras "önskelistor" ser ut så här:

<i>Person A</i>	<i>Person B</i>	<i>Person C</i>
1. London	1. Rom	1. Paris
2. Rom	2. Paris	2. London
3. Paris	3. London	3. Rom

Antag nu att de tre vill besluta genom omröstning vart de ska resa. Det framgår att London vinner över Rom vid en omröstning mellan dessa två alternativ. På samma sätt vinner Rom över Paris. Därmed borde saken vara klar om det inte vore för att Paris faktiskt vinner över London. Slutsatsen måste bli att det vid majoritetsbeslut inte alltid finns ett klart vinnande alternativ. (Den kollektiva preferensrelationen är inte transitiv.)

Arrows teorem (1951) handlar inte speciellt om röstningsförfaranden, utan om hur kollektiva preferenser kan härledas. Arrow utgick från att den kollektiva preferensen ska ha formen av en kollektiv rangordning ("önskelista") som härleds från de individuella önskelistorna. Han uppställde några villkor på den kollektiva rangordningen, som alla vid första påscendet förefaller vara rimliga krav på kollektiv rationalitet. Arrows resultat består i att dessa krav visar sig vara logiskt oförenliga med varandra.

En vanlig invändning mot Arrows teorem är att den kollektiva preferensen inte alls behöver vara känd i form av en fullständig rangordning, varför det skulle räcka om man från de individuella rangordningarna kunde härleda ett utvalt alternativ (första punkten på önskelistan i stället för hela listan). Även om man inskränker sig till att kräva ett utvalt alternativ kan emellertid oförenlighetsresultat liknande Arrows härledas. (Sen 1970 ss 71–74. Sen 1977 ss 71–72).

Jag återger här Sens (1970) formulering av villkoren i Arrows ursprungliga teorem. För bevis hänvisas läsaren dit eller till Arrows originalarbete. De fyra oförenliga villkoren är:

1. *Fullständig regel.* Den regel som används för att härleda den kollektiva rangordningen ska alltid ge en entydig kollektiv rangordning, givet vilket som helst kombination av individuella rangordningar. Det får alltså inte finnas någon sådan kombination som regeln "inte klarar".

2. *Pareto-optimalitet.* Om alla individer placerar alternativ x över alternativ y i sina rangordningar, så kommer x också över y i den kollektiva rangordningen. Dvs om alla är överens, så blir det som alla vill.

3. *Oberoende av irrelevanta alternativ.* Den inbördes ordningen mellan x och y i den kollektiva rangordningen får endast bero av den inbördes ordningen mellan just dessa alternativ i de individuella ordningarna. Dvs den kollektiva rangordningen mellan x och y ska förbli oförändrad om individerna flyttar något tredje alternativ z upp eller ned i sina listor utan att rubba ordningen mellan x och y .

4. *Icke-diktatur*. Det får inte finnas någon enskild individ med så starkt inflytande att om han rangordnar x över y så måste därmed kollektivet rangordna x över y , oavsett de andra individernas rangordningar.

Det är oförenligheten mellan dessa villkor som får Lepage att förkunna "att det inte finns något valsystem som ger individernas önskemål ett tillfredsställande uttryck på det kollektiva planet och följaktligen att den perfekta demokratin inte existerar" (s 180).

2. Kollektiv välfärd och kollektiva beslut

Arrows teorem handlar om de logiska relationerna mellan individuella och kollektiva rangordningar. Varje diskussion om teorems praktiska betydelse måste ha sin utgångspunkt i en bedömning av vilka sociala företeelser som på ett rimligt sätt kan beskrivas som sådana rangordningar. I själva verket finns det, som Sen (1977, s 53–54) påvisat, flera olika slags företeelser som kan vara aktuella för en sådan beskrivning.

De individuella rangordningarna kan avse varje individs bedömning av vad som gagnar just henne bäst, dvs det rent personliga (och i princip renodlat egoistiska) intresset. En annan möjlighet är att de individuella rangordningarna avser varje individs bedömning av vad som är bäst för hela samhället, dvs att eventuell altruism kommer till uttryck i preferensmönstret.

De kollektiva rangordningarna, å sin sida, kan avse ett kollektivt beslut. En annan möjlighet är att de avser en sammanvägning som görs av en enskild person, t ex en samhällsplanerare.

De argument som jag ägnar denna uppsats åt att granska innebär försök att tillämpa Arrows teorem på demokratiska beslutsordningar. Därav följer att de individuella rangordningarna förutsätts vara varje individs helhetsbedömning och att den kollektiva rangordningen förutsätts vara resultatet av ett kollektivt beslut. Denna *beslutsteoretiska* tillämpning av paradoxen får inte förväxlas med t ex den *välfärdsteoretiska* tillämpning som handlar om hur ett välfärdsmått för hela samhället kan härledas ur den individuella rangordningen av personlig välfärd vid olika samhällstillstånd. Sen har med rätta påpekat att "en del av svårigheterna i den allmänna teorin om sociala val har sitt ursprung i en önskan att passa in olika klasser av gruppaggregationsproblem i ett enhetligt mönster, och i sökandet efter mer generalitet än vad som står att finna" (1977, s 53).

3. Att föredra och att rösta

Arrows teorem innebär i detta sammanhang att de uppräknade fyra egenskaperna är oförenliga hos varje beslutsprocess som innebär att en kollektiv ståndpunkt härleds från de individuella ståndpunkterna. Detta förhållande är besvärande för demokratin om och endast om man anser att alla dessa fyra egenskaper är önskvärda hos en "perfekt" demokrati.

Enligt min mening finns det emellertid ingen anledning att på en demokratisk process ställa det krav som uttrycks i det tredje villkoret, dvs att det kollektiva beslutet enbart ska bero av den del av individens ståndpunkt som kan uttryckas i form av en önskelista. Detta kan illustreras med ett enkelt exempel.

Vi antar att du är medlem i en förening, där det har diskuterats att anslå pengar till Amnesty International. Inför årsmötet skickar styrelsen ut ett förslag (A) om att anslå 3000 kr. Du själv, som är starkt engagerad för Amnesty, upptäcker i den ekonomiska redovisningen att det finns utrymme för ett större belopp, och planerar därför att föreslå och själv rösta för ett anslag om 4000 kr (B).

Dagen före årsmötet får du emellertid veta att en stark grupp inom föreningen inte vill ha något anslag till Amnesty alls (C). Då är det, tror jag, troligt att du avstår från att ta strid med styrelsen om en tusenlapps skillnad, för att i stället göra gemensam sak mot dem som inte vill ge något anslag alls. I vart fall vore det föga rimligt att beskylla dig för bristande rationalitet om du handlade så. Visserligen har du använt ditt inflytande till förmån för A trots att du föredrar B framför A. Men du har haft skäl att tro att du därigenom maximalt använt ditt inflytande för att påverka beslutet i den riktning du önskar. (Är du utilitarist kan du anse dig ha maximerat den förväntade nyttan.)

Ett annat skäl för dig att verka till förmån för (A) i stället för (B) kan vara att du ser ett egenvärde i så bred enighet som möjligt bakom beslutet. Som påpekats av Douglas (u å) innebär strävan efter consensus att Arrows teorem förlorar sin tillämplighet. Strävan efter consensus finns också, såvitt jag kan förstå, i varje församling där det fattas kollektiva beslut under demokratiska former. Visserligen kan man ibland träffa på personer som kan strida hur mycket som helst om hur små detaljer som helst i frågor där man är överens om huvudprinciperna, men detta är en avvikelse från de normgivande sociala mönstren.

För att återknyta till exemplet med anslag till Amnesty International visar detta att *det inte alltid är rationellt för en individ att använda sitt inflytande till förmån för det alternativ hon placerar högst i sin rangordning.* (Detta gäller inte bara valet av vilket alternativ man ska rösta på i ett majoritetsbeslut. Det gäller också avgörandet om man själv ska lägga fram något förslag till

beslut, det gäller valet av argumentationslinje inför en domstol eller en enväldshärskare etc.) Den rationelle individen kan alltså förväntas vilja veta vilka andra alternativ som finns och vem som förordar dem, vilka kompromisser som är möjliga etc, innan hon beslutar hur hon ska använda sitt inflytande. Hennes egen vilja till kompromisser påverkas då av hur stor hon anser skillnaden i värde (kardinalt mått) vara mellan de olika förslagen. Den påverkas också av hur hon bedömer sannolikheten för olika förslag att vinna.

Mot denna bakgrund har jag svårt att se varför det vid ett demokratiskt beslut skulle krävas som villkor för rationalitet att ingenting annat än varje isolerad individs rangordning (eller ens kardinala värdering av alternativen) får påverka beslutet. För det första innebär detta nämligen att den kollektiva rationaliteten sätts i motsättning till viktiga former av rationalitet i individens handlande, som t ex att maximera den förväntade nyttan av sin inverkan på beslutet. För det andra innebär det att den kollektiva rationaliteten anses utesluta att samstämmighet och consensus tillmäts ett egenvärde. Kollektiv rationalitet skulle således endast kunna uppnås av en samling kompromisslösa individer som avstår från varje försök att jämka sig fram till en lösning. Detta stämmer enligt min mening dåligt överens med den gängse innebörden av orden "kollektiv" och "rationell". Det stämmer förvisso inte överens med den västerländska parlamentariska traditionen, som ju tvärtom innebär att sökandet efter kompromisser och consensus tilldelas ett egenvärde.

Min ståndpunkt kan sammanfattas så att av de fyra villkor som av Arrow visats vara oförenliga är det tredje inte ens önskvärt enligt det västerländska demokratiska värdesystemet. Med en sådan uppfattning av de demokratiska värdena förlorar det argument sin giltighet, som framförts av Wolff och Lepage, och som innebär att Arrows teorem skulle visa på omöjligheten att fullt ut förverkliga dessa demokratiska värden. (Lepage verkar, då han antyder en "kraftfull myndighet", vara beredd att överge det fjärde villkoret. Detta är, i motsats till det tredje, en nödvändig följd av traditionella demokratiska värden.)

4. Modeller för beslutsfattande

Verkliga kollektiva beslutsprocesser är komplicerade och sammanvävda processer. De är utsträckta över tiden. Deltagare samråder med varandra om vilka förslag som ska läggas fram. Debatten blir en styrkemätning där förslag modifieras och dras tillbaka, och där kompromissförslag och andra nya förslag läggs fram. I somliga beslutande församlingar har grupper av individer (t ex partier) träffat överenskommelser som innebär att en del av

dem ibland röstar mot sin övertygelse i någon enskild fråga. Komplicerade beslutsprocesser kan inte annat än ytterst ofullständigt beskrivas inom ramen för en förenklad modell där de kollektiva besluten enbart beror av de isolerade individernas preferenser för de olika alternativen.

Lepage och Wolff anser uppenbarligen att en demokratisk beslutsprocess för att vara rationell ska kunna beskrivas inom ramen för en sådan modell. När så inte kan ske med de existerande beslutsprocesserna, blir detta ett argument mot dessa beslutsprocesser, inte ett skäl att utveckla mera täckande modeller för att beskriva dem. För egen del ser jag det tvärtom som ett skäl att utveckla beslutsteoretiska modeller som närmare än de hittills använda ansluter till de faktiska processerna i den verkliga politikens värld av uppgörelser, kompromisser och allianser. Detta måste vara en av de mest angelägna uppgifterna för den forskningstradition som Arrows framgångsrika arbete lade grunden för.

5. Alternativ till majoritetsprincipen?

Både Wolff och Lepage har lämnat förslag på nya beslutsprocesser att ersätta den traditionella representativa demokratin med dess majoritetsbeslut. Wolff framlägger (ss 34–35) ett förslag om direkt demokrati där hela folket, med hjälp av datateknik, ska delta i besluten vid sina TV-skärmar. I ett sådant system blir beslutsdeltagarna inbördes starkt isolerade i jämförelse med deltagarna i en representativ eller direktdemokratisk församling vars alla deltagare är samlade på ett ställe. Därmed är det också troligt att man kommer betydligt närmare den av Arrow beskrivna situationen där beslutet är en funktion enbart av de individuella preferenserna. Härigenom får oförenlighetsresultaten ökad, inte minskad, relevans.

Lepage förespråkar (ss 182, 245–247) ett system med folkomröstningar där envar anger hur mycket han är beredd att betala för att hans förslag genomförs, och där det förslag vinner som det har "satsats" det största sammanlagda beloppet på. Därefter tas en avgift ut av vinnarna.

Lepage tillkännager (s 179) att denna metod "befriar oss äntligen från det dilemma som hela vår tids politiska tänkande har befunnit sig i de senaste trettio åren, nämligen det berömda *Arrow-teoremet*". Befrielsen består i att det inte enbart är individernas rangordningar som påverkar besluten (utan även de penningbelopp de satsar). Men, som jag redovisat ovan, uppnås samma befrielse i de praktiska formerna för majoritetsbeslut i parlamentariska församlingar. Inte heller där är det enbart individernas rangordningar som påverkar besluten (utan även bl a deras villighet i olika lägen att acceptera kompromissförslag). Det borde alltså finnas något

annat skäl än Arrows teorem till att Lepage vill överge majoritetsprincipen.

Det framgår också (s 245) att Lepage är kritisk mot att "minoritetsintressena måste ge vika och anpassa sig till behoven hos 'genomsnittsväljaren'". Att döma av den alternativa beslutsmetod han förespråkar är det särskilt de penningstarka minoriteterna han härvid ömmar för. Åberopandet av Arrows teorem verkar i hans fall att tjäna som polityr för en mera grundläggande, men kanske mindre gångbar, kritik mot majoritetsstyrts princip.

Litteratur

- Allen, Glen O: (1977) "Beyond the Voter's Paradox", *Ethics*, vol 88, ss 50–61.
- Arrow, Kenneth J: (1951, 2:a uppl. 1963), *Social Choice and Individual Values*.
- Black, Duncan: (1958), *The Theory of Committees and Elections*.
- Douglas, James (u å): "How Actual Political Systems Cope with the Paradoxes of Social Choice", Paper for the International Institute of Applied Systems Analysis, Laxenberg, Austria.
- Fishbein, Peter: (1973), *The Theory of Social Choice*.
- Friedland, Edward och Stephen Cimbala: (1973), "Process and Paradox: The Significance of Arrow's Theorem", *Theory and Decision*, vol 4, ss 51–64.
- Gärdenfors, Peter: (1973), "Positionalist Voting Functions", *Theory and Decision*, vol 4, ss 1–24.
- Hansson, Bengt: (1973), "The Independence Condition in the Theory of Social Choice", *Theory and Decision*, vol 4, ss 25–49.
- Hansson, Sven Ove: (1979) "Taktikens roll i politiken", *Tiden*, vol 71, nr 8, ss 463–466.
- Johansen, Leif: (1970), "An Examination of the relevance of Kenneth Arrow's General Possibility Theorem for economic planning", *Optimization et Simulation de Macro-decisions*, CERUNA, Namur, ss 15–51.
- Kanger, Stig: (1968), "Beslut i demokratisk ordning", ss 141–147 i *Sanning Dikt Tro*, festskrift till Ingemar Hedenius.
- Lepage, Henri: (1980, franska orig. 1978), *I morgon kapitalism*.
- Lewin, Leif: (1981), "Condorcet och röstningsparadoxen", *Svenska Dagbladet* 28/7 1981.
- Luce, R Duncan och Howard Raifa: (1957) *Games and Decisions*.
- Mates, Elaine: (1973), "Paradox Lost—Majority Rule Regained", *Ethics*, vol 84, ss 48–50.
- Sen, Amartya: (1970), *Collective Choice and Social Welfare*.
- Sen, Amartya: (1977), "Social Choice Theory: A Re-Examination", *Econometrica*, vol 45, ss 53–89.
- Sen, Amartya: (1979), "Personal Utilities and Public Judgements: Or What's Wrong with Welfare Economics?" *Economic Journal*, vol 89, ss 537–558.

Sobers, David: (1972), "Wolff's Logical Anarchism", *Ethics*, vol 82, ss 173–176.
Steinberg, Danny: (1973), "The Voter's Paradox Regained", *Ethics*, vol 83, ss
163–167.
Wolff, Robert P: (1979), *In Defense of Anarchism*.

(Jag vill tacka Aanund Hylland för kommentarer som utan att leda till enighet har hjälpt mig att bättre formulera min ståndpunkt.)